Klausurvorbereitung Gravitation

Aufgabe 1: Mondmasse

Eine Person besitzt (inklusive Ausrüstung) eine Masse von 140 kg. Die Schwerebeschleunigung g auf dem Mond beträgt $1{,}62\ \mathrm{m/s^2}$, der Mondradius ist das 0,273 fache des Erdradius $r_E = 6370$ km ist. Bestimmen Sie daraus die Masse des Mondes.

Aufgabe 2: Satellitengeschwindigkeit

Ein Satellit soll auf einer Kreisbahn in 200 km Höhe die Erde umkreisen. Leiten Sie die Gleichung für die Berechnung der Geschwindigkeit des Satelliten her und berechnen Sie diese.

Aufgabe 3: Bewegung eines Nachrichtensatelliten

Nachrichtensatelliten sollten sich von einem Beobachter auf der Erde aus gesehen nicht bewegen. Ein solcher Satellit wird auch als geostationär bezeichnet.

(a) Welche Bedingungen muss die Bewegung eines solchen Satelliten erfüllen?

(b) Zeigen Sie, dass die notwendige Höhe des Satelliten über dem Äquator nicht von der Masse des Satelliten abhängt!

(c) Bestimmen Sie den Abstand des Satelliten von der Erdoberfläche!

Aufgabe 4: Umlaufzeit eines Satelliten

Ein NAVSTAR-Satellit des GPS umkreist die Erde in einer Höhe von 20183 km. Bestimmen Sie die Umlaufzeit dieses Satelliten.

Rendtel, 23.06.2011 - 011_ab_wiederholung_fuer_klausur.tex

Klausurvorbereitung Gravitation

Aufgabe 1: Mondmasse

Eine Person besitzt (inklusive Ausrüstung) eine Masse von 140 kg. Die Schwerebeschleunigung g auf dem Mond beträgt $1{,}62\ {}^{m}/{}_{s^2}$, der Mondradius ist das 0,273 fache des Erdradius $r_E = 6370$ km ist. Bestimmen Sie daraus die Masse des Mondes.

Aufgabe 2: Satellitengeschwindigkeit

Ein Satellit soll auf einer Kreisbahn in 200 km Höhe die Erde umkreisen. Leiten Sie die Gleichung für die Berechnung der Geschwindigkeit des Satelliten her und berechnen Sie diese.

Aufgabe 3: Bewegung eines Nachrichtensatelliten

Nachrichtensatelliten sollten sich von einem Beobachter auf der Erde aus gesehen nicht bewegen. Ein solcher Satellit wird auch als geostationär bezeichnet.

(a) Welche Bedingungen muss die Bewegung eines solchen Satelliten erfüllen?

(b) Zeigen Sie, dass die notwendige Höhe des Satelliten über dem Äquator nicht von der Masse des Satelliten abhängt!

(c) Bestimmen Sie den Abstand des Satelliten von der Erdoberfläche!

Aufgabe 4: Umlaufzeit eines Satelliten

Ein NAVSTAR-Satellit des GPS umkreist die Erde in einer Höhe von 20183 km. Bestimmen Sie die Umlaufzeit dieses Satelliten.

Rendtel, 23.06.2011 - 011_ab_wiederholung_fuer_klausur.tex

Klausurvorbereitung Gravitation- Lösung

(1) Es ist

$$
\begin{aligned}
F_G &= m_P \cdot g \\
&= \frac{\gamma \cdot m_P \cdot m_M}{r^2} \\
\rightarrow \quad g &= \frac{\gamma \cdot m_M}{r^2} \\
\rightarrow \quad m_M &= \frac{g \cdot r^2}{\gamma} \\
&= \frac{1{,}62\ \mathrm{ms}^{-2} \cdot (0{,}273 \cdot 6370 \cdot 10^3\ \mathrm{m})^2}{6{,}673 \cdot 10^{-11} \mathrm{m}^3 \mathrm{kg}^{-1} \mathrm{s}^{-2}} \\
&= 7,34 \cdot 10^{22}\ \mathrm{m}
\end{aligned}
$$

(2) Die für die Kreisbewegung notwendige Radialkraft ist die Gravitationskraft.

$$
\begin{aligned}
F_R &= F_G \\
\Leftrightarrow \quad \frac{m_S \cdot v^2}{r} &= \gamma \cdot \frac{m_S \cdot m_E}{r^2} \\
\Leftrightarrow \quad v &= \sqrt{\frac{\gamma \cdot m_E}{r}} \\
&= \sqrt{\frac{6{,}673 \cdot 10^{-11} m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2} \cdot 5{,}976 \cdot 10^{24} kg}{(6370+200) \cdot 10^3 m}} \\
&= 7,79 \cdot 10^3 \frac{m}{s}
\end{aligned}
$$

(3) a) $T = 24$ h Kreisbahn in der Äquatorebene

b) Die für die Kreisbewegung notwendige Radialkraft ist die Gravitationskraft.

$$\begin{aligned} F_R &= F_G \\ m_S \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r &= \gamma \cdot \frac{m_S \cdot m_E}{r^2} \\ \rightarrow \quad r^3 &= (r_E + h)^3 \\ &= \frac{\gamma \cdot m_E \cdot T^2}{4\pi^2} \end{aligned}$$

unabhängig von m_S

c) Es ist:

$$\begin{aligned} h &= \sqrt[3]{\frac{\gamma \cdot m_E \cdot T^2}{4\pi^2}} - r_E \\ &= \sqrt[3]{\frac{6{,}673 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2} \cdot 5{,}976 \cdot 10^{24} kg \cdot (24 \cdot 3600 \text{ s})^2}{4\pi^2}} - 6370 \cdot 10^3 \text{ m} \\ &= 35877383{,}85 \text{ m} \\ &= 358773{,}8385 \text{ km} \end{aligned}$$

Rendtel, 23.06.2011 - 011_ab_wiederholung_fuer_klausur.tex

(4) Es ist

$$
\begin{aligned}
a_{Sat} &= r_{Erde} + h_{Sat} \\
&= 6370\ \text{km} + 20183\ \text{km} \\
&= 26553\ \text{km} \\
\Leftrightarrow \quad \frac{a_{Sat}^3}{T_{Sat}^2} &= \frac{a_{Mond}^3}{T_{Mond}^2} \\
\Leftrightarrow \quad T_{sat} &= T_{Mond} \cdot \sqrt{\frac{a_{Sat}^3}{a_{Mond}^3}} \\
&= 27,3 \cdot 24\ \text{h} \cdot \sqrt{\left(\frac{26553\ \text{km}}{384000\ \text{km}}\right)^3} \\
&= 11,9\ \text{h}
\end{aligned}
$$