

Übung zur quadratischen Ergänzung II

Methode der Quadratischen Ergänzung zur Bestimmung von Parabelscheiteln (Beispiel 3)

Gegeben: $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{11}{2}$

Zunächst wird der Streckfaktor $\frac{1}{2}$ ausgeklammert: $y = \frac{1}{2}(x^2 + 6x + 11)$

$x^2 + 6x$ sind die ersten beiden Glieder der ersten binomischen Formel. Dann ist $+6x$ das doppelte Produkt. Daraus muss das Ziel $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ erkannt werden. Also muss $+9 - 9$ ergänzt werden:

$$y = \frac{1}{2}(x^2 + 2 \cdot 3x + 9 - 9 + 11)$$

$$y = \frac{1}{2}[(x + 3)^2 - 9 + 11]$$

$$y = \frac{1}{2}[(x + 3)^2 + 2]$$

$$y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 + 1 \quad \text{Der Scheitel ist dann } S(-3|1)$$

Methode der Quadratischen Ergänzung zur Bestimmung von Parabelscheiteln (Beispiel 4)

Gegeben: $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 5$

Zunächst wird der Streckfaktor $-\frac{1}{4}$ ausgeklammert: $y = -\frac{1}{4}(x^2 - 4x - 20)$

$x^2 + 4x$ sind die ersten beiden Glieder der ersten binomischen Formel. Dann ist $+6x$ das doppelte Produkt. Daraus muss das Ziel $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$ erkannt werden. Also muss $+4 - 4$ ergänzt werden:

$$y = -\frac{1}{4}(x^2 - 2 \cdot 2x + 4 - 4 - 20)$$

$$y = -\frac{1}{4}[(x - 2)^2 - 4 - 20]$$

$$y = -\frac{1}{4}[(x - 2)^2 - 24]$$

$$y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 6 \quad \text{Der Scheitel ist dann } S(2|6)$$

Aufgabe 1: Berechne durch quadratische Ergänzung die Scheitel dieser Parabeln:

(a) $y = \frac{3}{4}x^2 + 2x - 2$

(b) $y = -\frac{2}{3}x^2 + x + \frac{1}{8}$

(c) $y = 2x^2 + 5x - 4$

(d) $y = 3x^2 + 12x - 1$

(e) $y = -4x^2 + x + 2$

(f) $y = -2x^2 - 7x - \frac{9}{8}$

Aufgabe 2: Berechne durch quadratische Ergänzung die Scheitel dieser Parabeln:

(a) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

(b) $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{5}{2}$

(c) $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$

(d) $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{16}$

(e) $y = 2x^2 - 6x + \frac{3}{2}$

(f) $y = -2x^2 + 12x - 12$

